

2001年

東大数学

文系第4問.

黒い碁石を B, 白い碁石を W で表す.

一番左が B の場合, それを取り除けば
題意を満たす.

以下, 一番左が白の場合でも, 題意を満たすこ
うのを示す.

解法1

左から k 個目の B に注目し,

k-1 個目までの B と W の数 n_B, n_W
を調べる.

一番左が W 仮定の: $k=1$ では必ず $n_B < n_W$

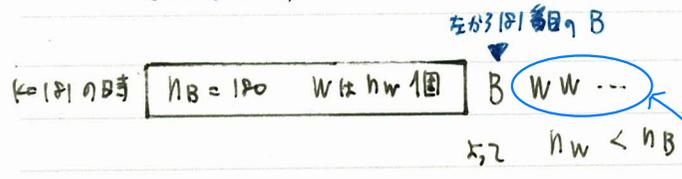
$k=1$ の時は, $n_B \geq n_W$ と仮定
黒を全て置いてみるので.

よって, k を増やしていくと,

どこかで, $n_B < n_W$ かつ $n_B = n_W$ と
変わる場所がある. (n_B, n_W は, 1ずつしか
変化しない)

$n_B = n_W$ となった, 1つ左の B を取り除けば,
題意を満たす.

イメージ図,



左から 181 番目の B より 右に W が
無い場合は, $n_B = n_W = 180$ と仮定.

解法2

1x-2j しおの 設定に 例える

お子スポーツの 優勝争いとする

自分のチーム (A) と相手のチーム (B) が 1試合
ずつ行う.

A が勝った, +1点. B が勝った, -1点 される.
白 黒

初戦は A が勝つとする. (+1点からスタート) 左端は白.
361 試合まで行くと, A が 180 勝, B が 181 勝した
(つまり, 総合で, +180 - 181 = -1点)
白が 180 個, 黒が 181 個

361 試合まで行った途中で,

B が勝った時に, 過去を振り返ると, 左
A と B の 勝ち数が 同じ になっている
(つまり 総合で 0点)

が存在することを示せ. 設定変更 終わり.

(答)

初戦で, +1 になり,

361 戦後に -1 になる.

A が負け (B が勝つ) と, 点数が -1 になるの
どこかで, 必ず -1 点になる瞬間がある.
(もしこれが, 361 戦後かもしれない)

総合 -1 点になる左側の敗戦の, 前の試合まで
の勝利数は, A, B 共に同じである.